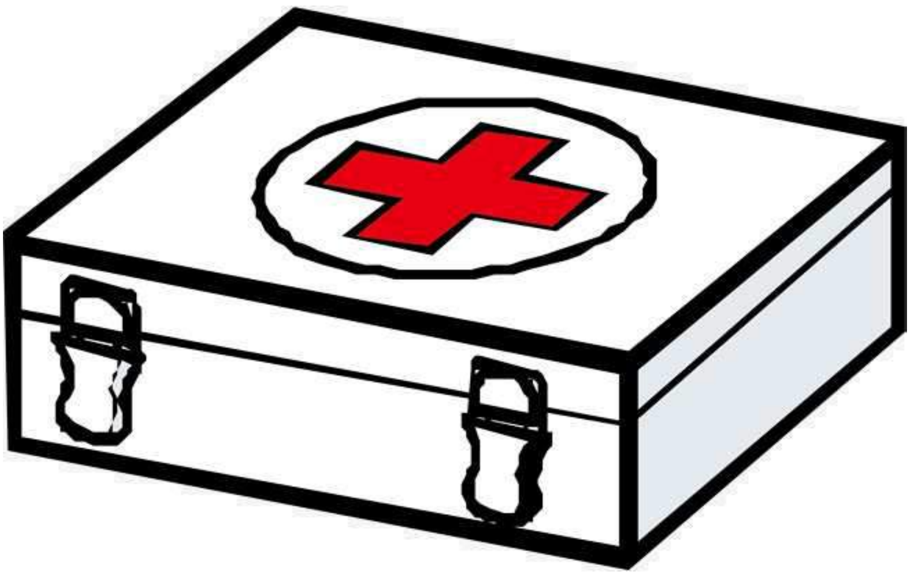
TROUSSE DE SECOURS EN MATHÉMATIQUES



Document réalisé par Bertrand MARCAILLE
Professeur de Mathématiques
Académie de LILLE

D'après une idée de l'IREM de La Réunion

Thème A – NOMBRES ET CALCULS

ORGANISER SES CALCULS

☐ On fait les calculs de la gauche vers la droite lorsque l'expression ne comporte que des additions et des soustractions :

→ 40 - 7 + 20 = 33 + 20 = 53

☐ On fait les calculs de la gauche vers la droite lorsque l'expression ne comporte que des multiplications et des divisions :

→ 15 : 3 x 2 = 5 x 2 = 10

☐ On commence par les parenthèses, puis les puissances, puis les multiplications ou divisions et enfin les additions ou soustractions :

→ $10^2 - (7 + 2) \times 5 = 10^2 - 9 \times 5 = 100 - 45 = 55$

A-1

NOMBRES RELATIFS

☐ Un nombre relatif est formé d'un signe + ou – et d'un nombre appelé distance à zéro :

→ (+7) est un nombre positif

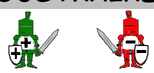
→ (-5) est un nombre négatif

☐ Deux nombres relatifs ayant la même distance à zéro mais de signes contraires sont opposés :

→ (+3) et (-3) sont des nombres opposés

A-2

AJOUTER ET SOUSTRAIRE DES RELATIFS



☐ Ajouter des relatifs de même signe :

→ (-5) + (-2) = (-7) | -5 -2 = -7

→ (+3) + (+6) = (+9) | 3 + 6 = 9

☐ Ajouter des relatifs de signes contraires :

→ (+13) + (-7) = (+6) | 13 -7 = 6

→ (+4) + (-7) = (-3) | 4 -7 = -3

☐ Soustraire deux relatifs :

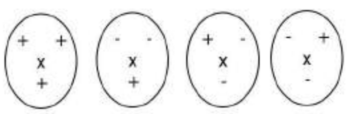
→ (+15) - (+2) = 15 - 2 = 13

→ (-7) - (-3) = -7 +3 = -4

A-3

MULTIPLIER ET DIVISER DES RELATIFS

☐ Règles des signes :



→ (-6) x (+2) = (-12) (-4) x (-5) = 20

→ 14 : (-2) = (-7) -20 : (-4) = 5

A-4

CARRÉS ET RACINES CARRÉES

☐ Carrés :

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

☐ Racines carrées :

$\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{25} = 5$

$\sqrt{36} = 6$; $\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{64} = 8$; $\sqrt{81} = 9$

$\sqrt{100} = 10$

A-5

PRENDRE UNE FRACTION D'UN NOMBRE

☐ Cela revient à multiplier la fraction par ce nombre:

→ $\frac{2}{3}$ de 60 min = $\frac{2}{3} \times 60 = \frac{2 \times 60}{3} = \frac{120}{3} = 40$ min

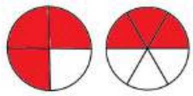
A-6

COMPARER DEUX FRACTIONS (1)

☐ Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur :

→ $\frac{7}{8} > \frac{3}{8}$ car 7 > 3

☐ Si deux fractions ont le même numérateur, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur :



→ $\frac{3}{4} > \frac{3}{6}$ car 4 < 6

A-7

COMPARER DEUX FRACTIONS (2)

☐ On peut aussi les comparer à 1 :

→ $\frac{3}{8} < 1$ et $\frac{9}{5} > 1$ donc $\frac{3}{8} < \frac{9}{5}$

☐ Sinon on les réduit au même dénominateur :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \\ \\ \frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} \end{array}\right\} \quad \frac{9}{12} > \frac{8}{12} \quad \text{donc} \quad \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

A-8

SIMPLIFIER UNE FRACTION

☐ On divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul :

→ $\frac{6}{22} = \frac{6 : 2}{22 : 2} = \frac{3}{11}$

→ $\frac{15}{36} = \frac{\cancel{3} \times 5}{\cancel{3} \times 12} = \frac{5}{12}$

A-9

AJOUTER DEUX FRACTIONS

☐ Avec le même dénominateur :

$\rightarrow \frac{13}{6} + \frac{7}{6} = \frac{13+7}{6} = \frac{20}{6}$

☐ Avec un dénominateur multiple de l'autre :

$\rightarrow \frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{7}{12} = \frac{4}{12} + \frac{7}{12} = \frac{4+7}{12} = \frac{11}{12}$

☐ Avec des dénominateurs quelconques :

$\rightarrow \frac{5}{2} + \frac{1}{7} = \frac{5 \times 7}{2 \times 7} + \frac{1 \times 2}{7 \times 2} = \frac{35}{14} + \frac{2}{14} = \frac{35+2}{14} = \frac{37}{14}$

A-10

MULTIPLIER DEUX FRACTIONS

☐ Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux

$\rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{11}{7} = \frac{3 \times 11}{4 \times 7} = \frac{33}{28}$

A-11

DIVISER DEUX FRACTIONS

☐ Pour inverser une fraction, on inverse son numérateur et son dénominateur :

$\rightarrow$ L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$

☐ Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse

$\rightarrow \frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{2 \times 7}{5 \times 3} = \frac{14}{15}$

A-12

DIVISIBILITÉ

☐ 21 est divisible par 3 car le reste est égal à zéro

$$\begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ \hline -21 & 7 \\ \hline 0 & \end{array}$$

☐ On dit que 3 est un diviseur de 21 ou que 21 est un multiple de 3

☐ 21 n'est pas divisible par 4 car le reste n'est pas égal à zéro

$$\begin{array}{r|l} 21 & 4 \\ \hline -20 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$$

A-13

NOMBRES PREMIERS

☐ Un nombre est premier lorsqu'il a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même

$\rightarrow$ exemples : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 ……

A-15

LES PRÉFIXES MULTIPLICATIFS

Préfixe	Giga	Méga	kilo	milli	micro	nano
Symbôle	G	M	k	m	µ	n
Puissance	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

A-19

CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ

☐ Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8 :

$\rightarrow$ 34 est un nombre divisible par 2

☐ Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5 :

$\rightarrow$ 75 est un nombre divisible par 5

☐ Un nombre est divisible par 10 s'il se termine par 0

$\rightarrow$ 920 est un nombre divisible par 10

☐ Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 :

$\rightarrow$ 57 est divisible par 3 car 5 + 7 = 12

☐ Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9 :

$\rightarrow$ 864 est divisible par 9 car 8 + 6 + 4 = 18

A-14

DÉCOMPOSER EN PRODUITS DE FACTEURS PREMIERS

☐ Pour décomposer 252 en produit de facteurs premiers, on détermine ses diviseurs premiers dans l'ordre croissant :

$$\begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Ainsi, $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

A-16

SIMPLIFIER UNE FRACTION (2)

☐ Pour rendre la fraction $\frac{30}{252}$ irréductible, on va décomposer numérateur et dénominateur en produits de facteurs premiers :

$\rightarrow \frac{30}{252} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times 7} = \frac{5}{2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{42}$

A-17

PUISSANCES - DÉFINITIONS

☐ $5^2 = 5 \times 5$; $5^3 = 5 \times 5 \times 5$; $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$

☐ $5^1 = 5$; $5^0 = 1$

☐ $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$; $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$; $5^{-1} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5}$

☐ $10^5 = 100\,000$ $\rightarrow$ Un 1 suivi de **5 zéros**

☐ $10^{-5} = 0{,}000\,01$ $\rightarrow$ Il y a aussi **5 zéros**

A-18

PUISSANCES - FORMULES

☐ $9^2 \times 9^5 = 9^{2+5} = 9^7$

☐ $\frac{9^2}{9^5} = 9^{2-5} = 9^{-3}$; $\frac{9^7}{9^5} = 9^{7-5} = 9^2$

☐ $(9^3)^5 = 9^{3\times5} = 9^{15}$; $(9^{-2})^4 = 9^{-2\times4} = 9^{-8}$

A-20

PUISSANCES - NOTATION SCIENTIFIQUE

☐ Il s'agit d'une écriture de la forme $a \times 10^n$
où a est un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule :

→ $2018 = 2{,}018 \times 10^3$; $0{,}00657 = 6{,}57 \times 10^{-3}$

A-21

RÉDUIRE

☐ On peut réduire une somme lorsque les termes sont de la "même famille" :

→ $3x + 4x = 7x$ $\qquad$ $2x^2 + 3x^2 = 5x^2$

→ Par contre, on ne peut pas réduire $3x + 4$

☐ On peut réduire n'importe quel produit :

→ $3x \times 4x = 12x^2$ $\qquad$ $3x \times 4 = 12x$

A-22

DÉVELOPPEMENT SIMPLE

☐ On peut utiliser un tableau pour développer

$5(2x+3)$

x	$2x$	+3
5	$5 \times 2x = 10x$	$+ 5 \times 3 = +15$

Ainsi $5(2x+3) = 5 \times (2x+3) = 10x + 15$

A-23

DÉVELOPPEMENT DOUBLE

☐ On peut utiliser un tableau pour développer

$(5x - 2)(3x - 1)$

x	$3x$	-1
$5x$	$5x \times 3x = 15x^2$	$5x \times (-1) = -5x$
-2	$-2 \times 3x = -6x$	$-2 \times (-1) = +2$

Ainsi $(5x - 2)(3x - 1) = 15x^2 - 5x - 6x + 2$

$= 15x^2 - 11x + 2$

A-24

FACTORISER

☐ Pour factoriser une somme, on peut chercher un facteur commun dans chaque terme :

→ $7a + 7b = 7 \times a + 7 \times b = 7 \times (a + b)$

→ $15x + 10x^2 = 5x \times 3 + 5x \times 2x = 5x \times (3 + 2x)$

A-25

LES IDENTITÉS REMARQUABLES

Développer

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Factoriser

A-26

RÉSOUDRE UNE ÉQUATION

☐ Une équation est une égalité comportant un ou plusieurs nombres inconnus désignés par des lettres (voir exemples ci-dessous)

☐ Résoudre une équation d'inconnue x, c'est trouver TOUTES les valeurs que l'on peut donner à x pour que l'égalité soit vérifiée.

☐ $7x + 6 = -15$

$7x + 6 - 6 = -15 - 6$

$7x = -21$

$\frac{7x}{7} = \frac{-21}{7}$

$x = -3$

☐ $4x - 1 = 2x + 7$

$4x - 1 - 2x = 2x + 7 - 2x$

$2x - 1 = 7$

$2x - 1 + 1 = 7 + 1$

$2x = 8$

$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$

$x = 4$

A-27

RÉSOUDRE UNE ÉQUATION PRODUIT

☐ Si un produit est nul, alors l'un des facteurs est égal à zéro :

→ $(x - 2)(2x + 3) = 0$

$x - 2 = 0$ ou $2x + 3 = 0$

$x - 2 + 2 = 0 + 2$ | $2x + 3 - 3 = 0 - 3$

$x = 2$ | $2x = -3$

$\frac{2x}{2} = \frac{-3}{2}$

$x = -1{,}5$

L'équation admet deux solutions : 2 et -1,5

A-28

RÉSOUDRE UNE INEQUATION

☐ $6x - 15 \geq 0$

$6x - 15 + 15 \geq 0 + 15$

$6x \geq 15$

$\frac{6x}{6} \geq \frac{15}{6}$

$x \geq 2{,}5$

☐ $-4x + 9 > 18$

$-4x + 9 - 9 > 18 - 9$

$-4x > 9$

$\frac{-4x}{-4} < \frac{9}{-4}$

on divise par **(-4)** qui est **négatif** : on change le sens de l'inégalité

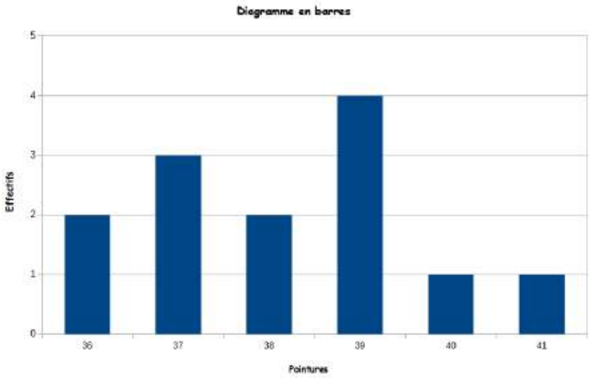
$x < -2{,}25$

A-29

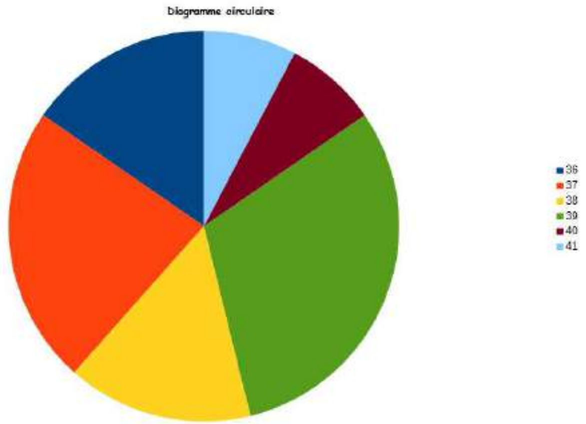
Thème B – ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES - FONCTIONS

REPRÉSENTER DES DONNÉES

☐ Diagramme en barres



☐ Diagramme circulaire



B-1

APPLIQUER UN POURCENTAGE

☐ Prendre 35% de 60, c'est multiplier 60 par 35% :
→ 60 x 35% = 60 x 0,35 = 21

B-2

CALCULER UN POURCENTAGE

☐ Dans une classe de 20 élèves, 3 sont gauchers :
→ Il y a donc 3 gauchers SUR 20 élèves =

$$\frac{3}{20} = 0{,}15 = 15 \text{ centièmes} = \frac{15}{100} = 15\%$$

B-3

ORGANISER DES DONNÉES

☐ On a relevé les pointures de 13 personnes :

Pointures	36	37	38	39	40	41	Total
Effectifs	2	3	2	4	1	1	13

☐ L'effectif de ceux qui chaussent du 37 est 3
☐ L'effectif total est 13
☐ La fréquence de ceux qui chaussent du 37 est :

$$3 \text{ sur } 13 = \frac{3}{13} \approx 0{,}23 = \frac{23}{100} = 23\%$$

B-4

MOYENNE SIMPLE

☐ On a relevé les pointures de 13 personnes :
37 ; 36 ; 40 ; 38 ; 37 ; 39 ; 39 ; 36 ; 37 ; 39 ; 38 ; 41 ; 39

$$\rightarrow \text{Moyenne} = \frac{37 + 36 + \ldots + 39}{13} = \frac{496}{13} \approx 38{,}2$$

B-5

MOYENNE PONDÉRÉE

☐ On a relevé les pointures de 13 personnes :

Pointures	36	37	38	39	40	41	Total
Effectifs	2	3	2	4	1	1	13

→ Moyenne pondérée =

$$\frac{36 \times 2 + 37 \times 3 + 38 \times 2 + 39 \times 4 + 40 + 41}{13} = \frac{496}{13} \approx 38{,}2$$

B-6

ÉTENDUE

☐ On a relevé les pointures de 13 personnes :
37 ; 36 ; 40 ; 38 ; 37 ; 39 ; 39 ; 36 ; 37 ; 39 ; 38 ; 41 ; 39
→ Étendue = 41 - 36 = 5

B-7

MÉDIANE

☐ On a relevé les pointures de 13 personnes :
37 ; 36 ; 40 ; 38 ; 37 ; 39 ; 39 ; 36 ; 37 ; 39 ; 38 ; 41 ; 39
Pour déterminer la médiane, on classe les pointures dans l'ordre croissant

$$\underbrace{36 \leq 36 < 37 \leq 37 \leq 37 < 38}_{\text{6 valeurs}} \leq \underbrace{38}_{\text{Médiane}} < \underbrace{39 \leq 39 \leq 39 \leq 39 < 40 < 41}_{\text{6 valeurs}}$$

B-8

AUGMENTER - RÉDUIRE

☐ Augmenter une quantité de 5%, c'est la multiplier par 1,05 (1 + 0,05) :
→ Le tarif de mon abonnement était de 72 € avant de subir une augmentation de 5%.
Le nouveau tarif est donc 72 x 1,05 = 75,60 €

☐ Réduire une quantité de 15%, c'est la multiplier par 0,85 (1 – 0,15) :
→ Un article de 47 € subit une réduction de 15%.
Il coûte maintenant 47 x 0,85 = 39,95 €

B-9

LA PROPORTIONNALITÉ - C'EST QUOI ?

☐ Pour vérifier si une situation est proportionnelle, on peut faire le "test du DOUBLE" :

"Pour le DOUBLE de ……, a-t-on le DOUBLE de ……?"

→ Si un litre d'essence coûte 1,42 €, alors deux litres coûtent deux fois plus, c'est-à-dire 2,84 € : c'est une situation de proportionnalité

→ Si à 14 ans, tu mesures 1,50 m, alors à 28 ans, tu mesureras deux fois plus, c'est-à-dire 3 m : absurde ce n'est pas une situation de proportionnalité

B-10

PROPORTIONNALITÉ ET CALCULS

☐ Avec le coefficient de proportionnalité (passage à l'unité) :

Masse de fruits (en kg)	4	7
Prix (en €)	6	?

× 1,5

coefficient = 6 : 4 = 1,5

☐ Avec les propriétés de la proportionnalité :

× 4

Masse de fruits (en kg)	3	12
Prix (en €)	2	?

× 4

☐ Avec l'égalité des produits en croix :

Masse de fruits (en kg)	2	8
Prix (en €)	5	?

$? = \dfrac{5 \times 8}{2}$

B-11

PROBABILITÉS - VOCABULAIRE

On lance un dé à six faces non truqué :

☐ "Obtenir 3" est un évènement élémentaire car il est constitué d'une seule issue

☐ "Obtenir un nombre pair" et "Obtenir 3" sont deux évènements incompatibles car ils ne peuvent pas se réaliser en même temps

☐ "Obtenir un nombre pair" est l'évènement contraire de l'évènement "Obtenir un nombre impair"

B-12

CALCULER UNE PROBABILITÉ

☐ Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1

→ Si P(A) = 0 alors A est un évènement impossible

→ Si P(B) = 1 alors B est un évènement certain

☐ Dans un jeu de 32 cartes :

→ P(Roi) = $\dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$ P(As de cœur) = $\dfrac{1}{32}$

☐ Dans une urne, il y a 10 boules rouges numérotées de 1 à 10 et 6 noires numérotées de 1 à 6 :

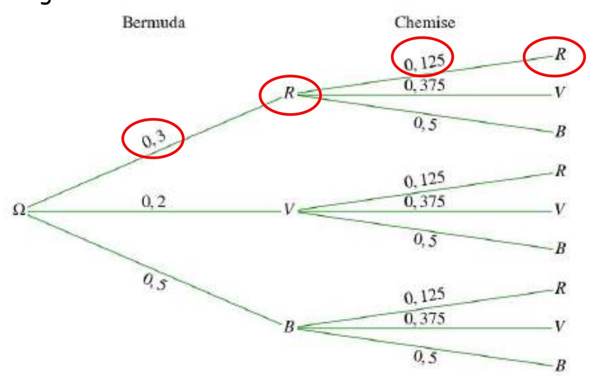
→ P(Rouge) = $\dfrac{10}{16} = \dfrac{5}{8}$

→ P(Numéro 5) = $\dfrac{2}{16} = \dfrac{1}{8}$

B-13

ARBRE DE PROBABILITÉS

☐ Pour ses vacances, Léon emporte, dans sa valise, 10 bermudas (3 rouges, 2 verts et 5 blancs) et 8 chemises (1 rouge, 3 vertes et 4 blanches). Il choisit au hasard un bermuda et une chemise. Quelle est la probabilité qu'il s'habille tout en rouge ?

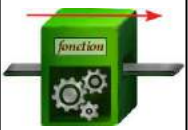


→ P(R;R) = $\dfrac{3}{10} \times \dfrac{1}{8}$ = 0,3 × 0,125 = 0,0375

B-14

FONCTIONS

☐ Vocabulaire :

Nombre de départ Un antécédent x Abscisse		Nombre d'arrivée L'image y ou $f(x)$ Ordonnée

☐ Soit la fonction f définie par f : $x \longmapsto 2x - 7$

$$f(5) = 2 \times 5 - 7 = 10 - 7 = 3$$

→ 5 a pour image 3 par la fonction f (on remplace x par 5)

→ 3 a pour antécédent 5 par la fonction f (on cherche le nombre de départ)

B-15

FONCTIONS – TABLEAU DE VALEURS

x	−10	−6	−2	1	3	5	7	9
$h(x)$	4,6	2	0,5	−3,6	−6	−2	0,5	5

☐ Sur la 1ère ligne, on trouve les antécédents :

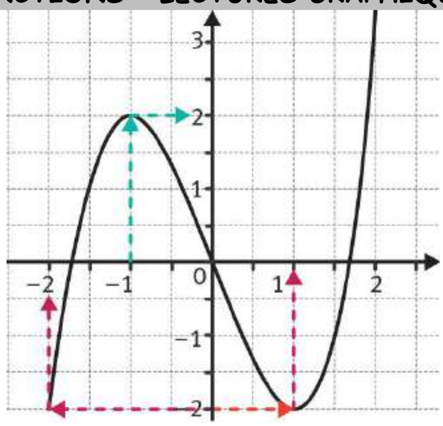
→ Les antécédents de 0,5 sont (-2) et 7

☐ Sur la 2ème ligne, on trouve les images :

→ L'image de (-6) est 2

B-16

FONCTIONS – LECTURES GRAPHIQUES



☐ L'image de (-1) est 2 (pointillés verts)

☐ Les antécédents de (-2) sont (-2) et 1 (pointillés rouges)

B-17

FONCTIONS AFFINES ET LINÉAIRES

☐ Une fonction de la forme f : $x \longmapsto ax + b$ est une fonction AFFINE

→ Elle est représentée par une droite passant par le point de coordonnées (0 ; b)

☐ Une fonction de la forme f : $x \longmapsto ax$ est une fonction LINÉAIRE

→ Elle est représentée par une droite passant par l'origine du repère (situation de proportionnalité)

B-18

Thème C – GRANDEURS ET MESURES

PÉRIMÈTRE

Le périmètre est la mesure du tour de la figure

☐ un triangle dont les côtés mesurent 4cm, 5cm et 6 cm a un périmètre de 4 + 5 + 6 = 15 cm

☐ un rectangle dont la Longueur mesure 5 cm et la largeur 3 cm a un périmètre de 5 + 3 + 5 + 3 = 16 cm

☐ un cercle dont le rayon mesure 5 cm a un périmètre de $2 \times \pi \times 5 = 10\pi$ cm ≈ 31,4 cm   ($\pi \approx 3,14$)

C-1

AIRES

L'aire est la mesure de la surface de la figure

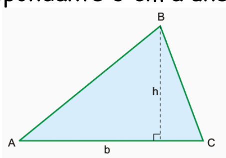
☐ Un rectangle dont la Longueur mesure 5 cm et la largeur 3 cm a une aire de 5 x 3 = 15 cm²

☐ Un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 5 cm et 3 cm a une aire de

$\dfrac{5 \times 3}{2} = 7,5$ cm²

☐ Un triangle quelconque dont un côté b mesure 7 cm et la hauteur h correspondante 3 cm a une aire

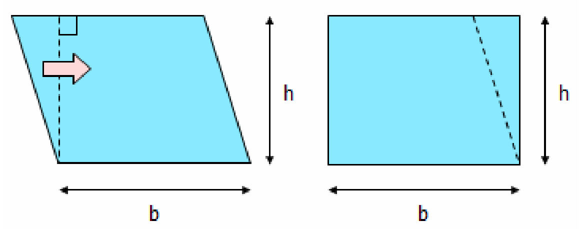
de $\dfrac{7 \times 3}{2} = 10,5$ cm²



☐ Un disque dont le rayon mesure 5 cm a une aire de $\pi \times 5^2 = \pi \times 5 \times 5 = 25\pi$ cm² ≈ 78,5 cm²

☐ L'aire d'un parallélogramme est égale au produit d'un de ses côtés par la hauteur relative à ce côté :

Si b = 6 cm et h = 3 cm, alors Aire = 6 x 3 = 18 cm²



aire du parallélogramme = aire du rectangle = b × h

C-2

ÉCHELLES

☐ Dire qu'un plan est à l'échelle $\dfrac{1}{50\,000}$ signifie que

1 cm sur le plan correspond à 50 000 cm en réalité :

→ une longueur de 7 km (c'est-à-dire 700 000 cm) en réalité sera représentée par 14 cm sur le plan

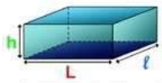
Distance sur le plan (en cm)	1	?
Distance en réalité (en cm)	50 000	700 000

$$? = \frac{1 \times 700\,000}{50\,000} = 14$$

C-5

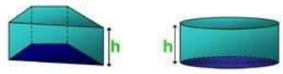
VOLUMES - FORMULAIRE

☐ Pavé droit :



$V = L \times \ell \times h$

☐ Prisme droit et cylindre :



$V = \mathcal{A}_{Base} \times h$

☐ Pyramide et cône :

$V = \dfrac{\mathcal{A}_{Base} \times h}{3}$

☐ Boule :

$V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

C-3

CONVERSIONS

☐ Horaires :

→ 1 min = 60 s   1 h = 60 min = 3 600 s

→ 1 jour = 24 h   1 an = 365 jours

☐ Capacités et volumes :

		dam³			m³			dm³			cm³			mm³
					kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			
					1	0	0	0						

→ 1 L = 1 dm³   1 cm³ = 1 mL   **1 m³ = 1 000 L**

☐ Longueurs :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		2	3	0	0	
			4	5	7	0

→ 23 m = 2 300 cm ; 45,7 dm = 4,57 m = 4 570 mm

☐ Masses :

t	q		kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1	0	0	0						
			0	6	3	2			

→ 1 t = 1 000 kg ; 63,2 dag = 0,632 kg = 632 g

☐ Aires :

	km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²
			ha		a		ca						
			1	0	0	0	0						
					0	0	9	5	7	0	0		

→ 1 ha = 1 hm² = 100 a = 100 dam² = 10 000 m²

→ 9,57 m² = 95 700 cm² = 0,0957 dam²

C-4

GRANDEURS PRODUITS

☐ Une grandeur produit est une grandeur qui est le produit de deux grandeurs :

→ L'énergie consommée (en Wattheure) s'exprime en fonction de la puissance P (en watt) et du temps t (en heure) : E = P × t.

C-6

GRANDEURS QUOTIENTS

☐ Une grandeur quotient est une grandeur qui est le quotient de deux grandeurs :
→ La vitesse est le quotient d'une distance par un temps : 75 km en 1 heure donne 75 km/h
☐ Densité de population :
→ La densité de population de l'Europe est de 102 hab/km². Cela signifie qu'il y a, en moyenne, 102 habitants sur une superficie de 1 km².
☐ Masse volumique :
→ L'acier a une masse volumique de 7,85 g/cm^3. Cela signifie que 1 cm^3 d'acier pèse 7,85 g.
☐ Débit :
→ Une pompe à eau a un débit de 36 000 L/h. Cela signifie qu'en 1 heure, cette pompe débite 36 000L

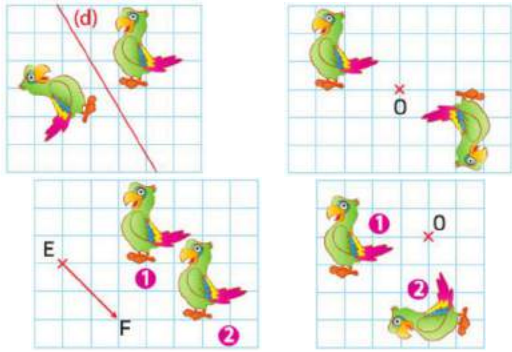
C-7

VITESSE

☐ Calculer une vitesse :
→ Emilie parcourt 70 km en 2,5 h avec son scooter.
Sa vitesse moyenne est v = $\frac{\text{distance}}{\text{temps}} = \frac{70}{2,5}$ = 28 km/h
☐ Convertir une vitesse :
→ v = 25 km/h = $\frac{25 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{25\,000 \text{ m}}{3\,600\text{s}} \approx$ 7 m/s

C-8

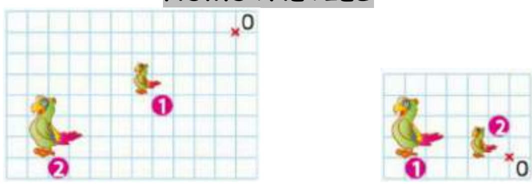
ISOMÉTRIES



La symétrie axiale, la symétrie centrale, la translation et la rotation conservent :
☐ Les longueurs
☐ Les angles
☐ Les aires

C-9

HOMOTHÉTIES



☐ Une homothétie de centre O et rapport k conserve les angles

PAR CONTRE

Dans une homothétie de centre O et de rapport k,
☐ Les longueurs sont multipliées par k
☐ Les aires sont multipliées par k²
☐ Les volumes sont multipliés par k^3.

C-10

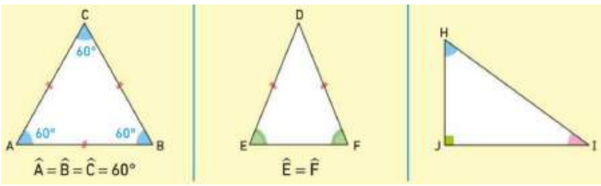
Thème D – ESPACE ET GÉOMÉTRIE

TRIANGLES PARTICULIERS

☐ Le triangle ABC est équilatéral : il a 3 côtés égaux et ses 3 angles valent 60°

☐ Le triangle DEF est isocèle en D : ses côtés DE et DF sont égaux et les angles à la base $\widehat{E}$ et $\widehat{F}$ aussi.

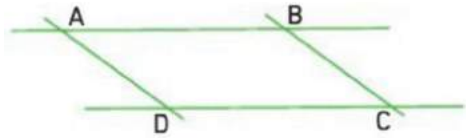
☐ Le triangle HIJ est rectangle en J : il a un angle droit. $\widehat{J}$ = 90°



D-1

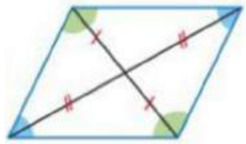
PARALLÉLOGRAMME

☐ Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles :



(AB) // (DC) et (AD) // (BC)

☐ Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu :



D-4

INÉGALITÉ TRIANGULAIRE

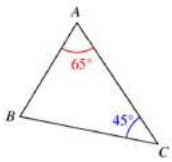
☐ La longueur de chaque côté d'un triangle est inférieure à la somme des deux autres côtés :

D-2

SOMME DES ANGLES D'UN TRIANGLE

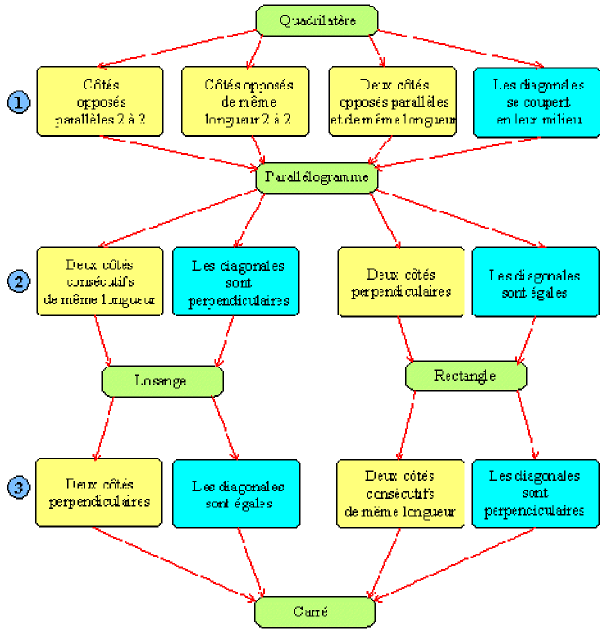
☐ La somme des angles d'un triangle est égale à 180°:

→ $\widehat{B}$ = 180° - (65° + 45°) = 180° - 110° = 70°



D-3

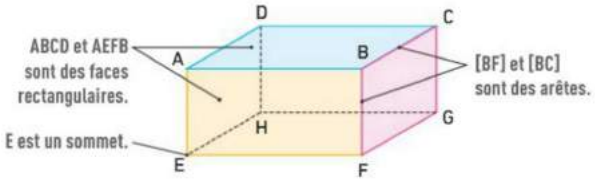
QUADRILATÈRES PARTICULIERS



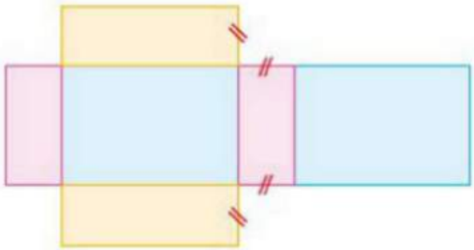
D-5

SOLIDES

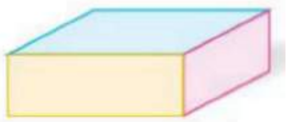
☐ Parallélépipède rectangle ou pavé droit :



→ Patron :

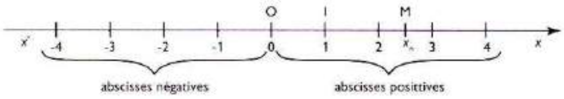


→ Perspective cavalière :



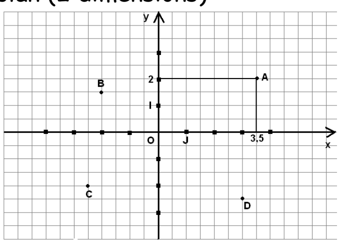
REPÉRAGE

☐ Sur un axe (1 dimension) :



→ l'abscisse du point M est 2,5

☐ Dans le plan (2 dimensions) :

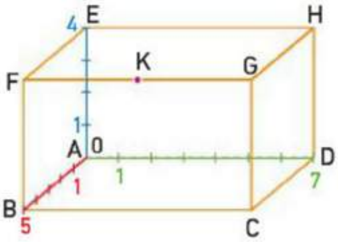


→ l'abscisse du point A est 3,5 et son ordonnée 2

→ les coordonnées du point B sont (-2 ; 1,5)

→ C (-2,5 ; -2) D (3 ; -2,5)

☐ Dans l'espace (3 dimensions) :

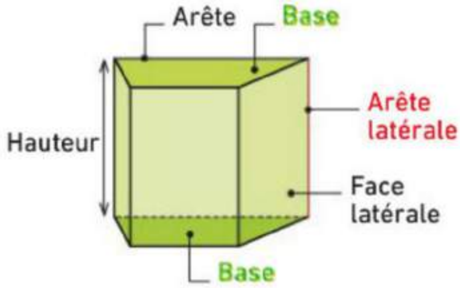


→ l'abscisse du point G est 5, son ordonnée est 7 et son altitude est 4

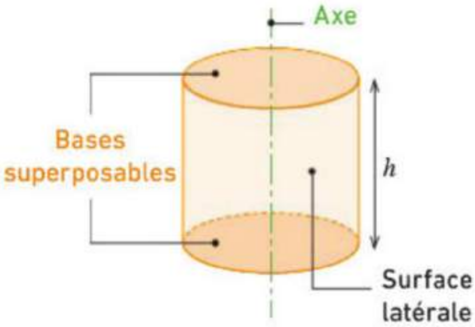
→ le point K a pour coordonnées (5 ; 3,5 ; 4)

AUTRES SOLIDES

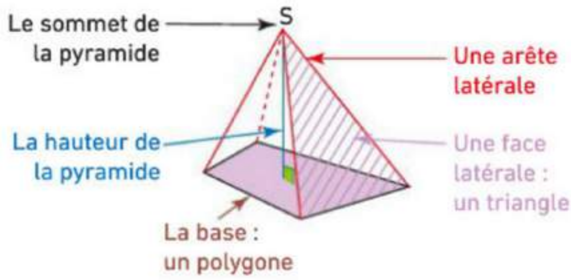
☐ Prisme droit :



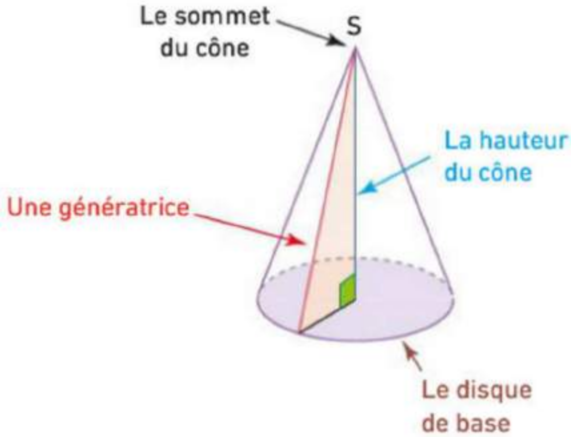
☐ Cylindre :



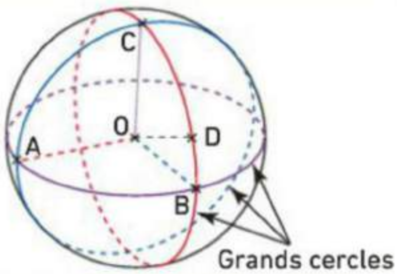
☐ Pyramide :



☐ Cône :

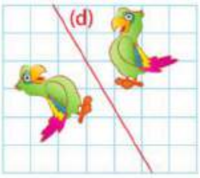


☐ Sphère et boule :

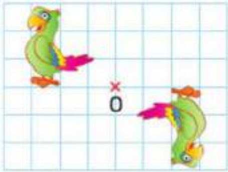


TRANSFORMATIONS GÉOMÉTRIQUES

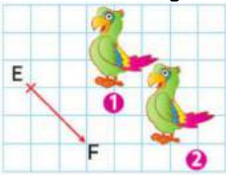
☐ Symétrie axiale (pliage par rapport à une droite)



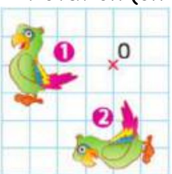
☐ Symétrie centrale (demi-tour par rapport à un point)



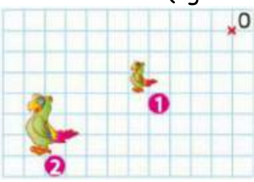
☐ Translation (glissement) :



☐ Rotation (on tourne autour d'un point) :



☐ Homothétie (agrandissement ou réduction) :

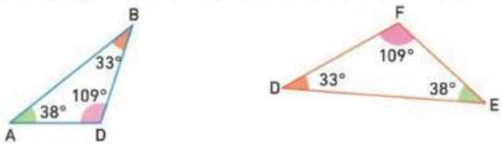


D-9

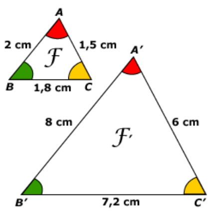
TRIANGLES SEMBLABLES

☐ Dire que deux triangles sont semblables signifie que leurs angles sont égaux deux à deux :

Les triangles ABC et DEF sont semblables : $\hat{A} = \hat{E}$, $\hat{C} = \hat{D}$ et $\hat{B} = \hat{F}$.



☐ Deux triangles semblables ont les longueurs de leurs côtés proportionnelles :



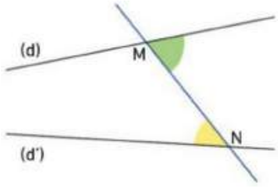
Triangle ABC	1,8	2	1,5
Triangle A'B'C'	7,2	8	6

× 4

D-10

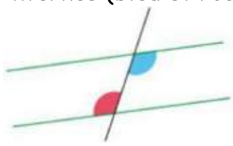
ANGLES ET PARALLÉLISME

☐ Angles alternes internes :

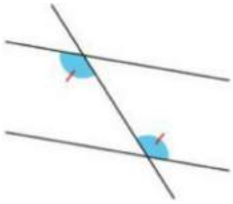


→ Les angles vert et jaune sont alternes internes : ils sont situés à l'intérieur du tunnel formé par les droites (d) et (d'), et sont de part et d'autre de la sécante (MN)

☐ Les deux droites vertes sont parallèles donc les angles alternes internes (bleu et rouge) sont égaux.



☐ Les deux angles alternes internes sont égaux donc les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.



D-11

PYTHAGORE

☐ La propriété sert à calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle lorsqu'on connaît les deux autres longueurs :

→ Sachant que ABC triangle rectangle en A avec BC = 13 et AB = 12, calculer la longueur AC

« grand carré = moyen carré + petit carré »

Propriété de Pythagore

On a ABC triangle rectangle en A donc

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$13^2 = 12^2 + AC^2$

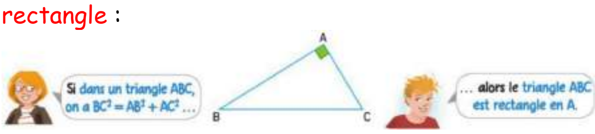
$169 = 144 + AC^2$

$AC^2 = 169 - 144$

$AC^2 = 25$

D'où $AC = \sqrt{25} = 5$

☐ La réciproque sert à prouver qu'un triangle est rectangle :



→ Sachant que ABC est un triangle avec BC = 17, AB = 15 et AC = 8, prouver que le triangle ABC est rectangle

Le plus grand côté est BC

$BC^2 = 17^2 = 289$

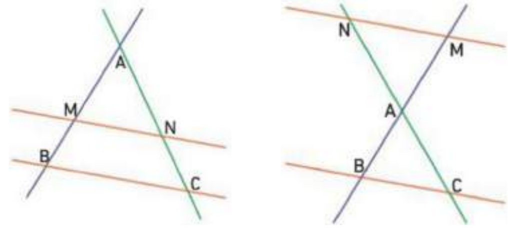
$AB^2 + AC^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$

Propriété réciproque de Pythagore

On a $BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc ABC est un triangle rectangle en A.

THALÈS

☐ La propriété de Thalès sert à calculer une longueur à condition d'avoir deux droites parallèles :

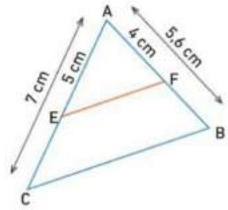


Propriété de Thalès :

ABC triangle
$M \in (AB)$
$N \in (AC)$
$(MN) // (BC)$

donc $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

☐ La réciproque sert à prouver que deux droites sont parallèles :



On calcule les quotients :

$\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{7}{5} = 1,4$

$\dfrac{AB}{AF} = \dfrac{5,6}{4} = 1,4$

Propriété réciproque de Thalès :

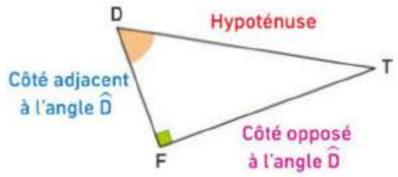
Les points A, E, C et A, F, B sont alignés dans le même ordre

ET $\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AB}{AF}$

donc (EF) // (BC)

TRIGONOMÉTRIE

☐ Vocabulaire :



☐ Formules :

$$\text{Cos } \widehat{D} = \frac{\text{côté Adjacent à l'angle } \widehat{D}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{DF}{DT}$$

$$\text{Sin } \widehat{D} = \frac{\text{côté Opposé à l'angle } \widehat{D}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{FT}{DT}$$

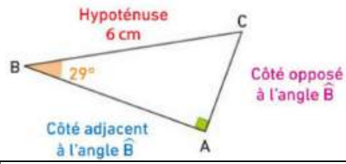
$$\text{Tan } \widehat{D} = \frac{\text{côté Opposé à l'angle } \widehat{D}}{\text{côté Adjacent à l'angle } \widehat{D}} = \frac{FT}{DF}$$

On peut retenir : **CAHSOHTOA** (« casse-toi »)

D-14

TRIGONOMÉTRIE - CALCULS

☐ Calcul de la longueur AC :



Information	Angle $\widehat{B}$ et hypoténuse BC
Recherche	Côté opposé à l'angle $\widehat{B}$
Formule	SINUS

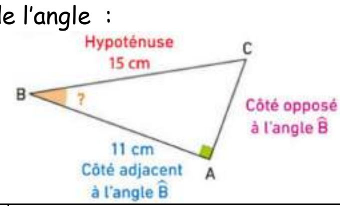
On a ABC triangle rectangle en A donc

$$\sin \widehat{B} = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{\sin 29°}{1} = \frac{AC}{6}$$ égalité des produits en croix

$$AC = \frac{6 \times \sin 29°}{1} \approx 2{,}9 \text{ cm}$$

☐ Calcul de l'angle :



Information	Côté adjacent à l'angle $\widehat{B}$ et hypoténuse BC
Recherche	Angle $\widehat{B}$
Formule	COSINUS

On a ABC triangle rectangle en A donc

$$\cos \widehat{B} = \frac{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos \widehat{B} = \frac{11}{15}$$

$$\widehat{B} = \arccos\left(\frac{11}{15}\right) \approx 43°$$

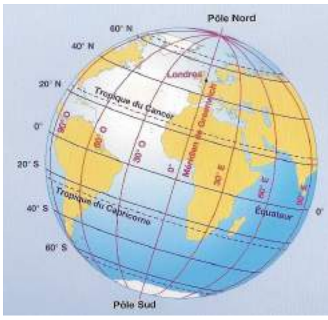
Remarque : pas de produits en croix dans ce cas

D-15

REPÉRAGE SUR UNE SPHÈRE

☐ La latitude exprime la position Nord-Sud par rapport à l'équateur

☐ La longitude exprime la position Est-Ouest par rapport au méridien de Greenwich



→ Le point du globe de latitude 40° Sud (ou -40°) et de longitude 20° Est (+20°) se trouve en plein Océan Indien, sous l'Afrique du Sud.

D-16