N4-F05

Fraction irréductible

Une fraction est dite irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont plus que 1 pour seul diviseur commun.

Comment rendre irréductible une fraction ?

1ère méthode : procéder par divisions successives en utilisant les critères de divisibilité (cette méthode est celle employée jusqu'à présent).

Exemples :

$$\frac{18}{24} = \frac{18:2}{24:2} = \frac{9}{12} = \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{18}{24} = \frac{18:6}{24:6} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{84}{63} = \frac{84:3}{63:3} = \frac{28}{21} = \frac{28:7}{21:7} = \frac{4}{3}$$

2ème méthode : Décomposer numérateur et dénominateur en produits de facteurs premiers puis simplifier tous les facteurs communs au numérateur et au dénominateur.

Exemples :

$$\frac{90}{75} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5}{3 \times 5 \times 5} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{504}{196} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 3 \times 3 \times \cancel{7}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 7 \times \cancel{7}} = \frac{2 \times 3 \times 3}{7} = \frac{18}{7}$$

autre manière de présenter : $\frac{504}{196} = \frac{\cancel{2^3}^{\,2} \times 3^2 \times \cancel{7}}{\cancel{2^2} \times \cancel{7^2}_{\,7}} = \frac{2 \times 3^2}{7} = \frac{18}{7}$

Remarques :

Dans le premier exemple, on a simplifié par $3 \times 5 = 15$

15 est le plus grand diviseur commun à 90 et 75. On note : PGCD(90;75) = 15

Dans le second exemple, on a simplifié par $2^2 \times 7 = 28$

28 est le plus grand diviseur commun à 504 et 196. On note : PGCD(504;196) = 28